

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ НАГРЕВ ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ

Розглянута математична модель нестационарного та квазістатичного нагріву рухомих об'єктів під впливом різних джерел тепла. Описана математична постановка задачі і наведені приклади теплового розрахунку.

Рассмотрена математическая модель нестационарного и квазистатического нагрева движущихся объектов различными источниками тепла. Описана математическая постановка задачи и приведены примеры теплового расчета.

Достаточно часто при исследовании различных явлений приходится сталкиваться с задачами нагрева либо движущихся объектов (остановка двигателя дисковым тормозом, индукционный нагрев движущегося объекта), либо неподвижных тел движущимся источником тепла (нагрев контактной поверхности движущейся электрической дугой). Такие задачи предполагают нагрев тела поверхностным источником тепла (тормозная колодка и движущаяся дуга) или нагрев тела внутренними источниками тепла с граничными условиями третьего рода на поверхности тела.

Уравнение теплопроводности в случае таком случае имеет вид:

$$c \cdot \rho \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla \vartheta), \quad (1)$$

где c – теплоемкость; ρ – плотность; ϑ – температура; λ – теплопроводность.

Полная производная в (1) может быть представлена [1]:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vartheta, \quad (2)$$

где \vec{v} – скорость движения.

В декартовой системе координат:

$$\nabla = \vec{e}_x \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \cdot \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \cdot \frac{\partial}{\partial z}, \quad (3)$$

где \vec{e} – единичный вектор (орт).

Тогда, уравнение теплопроводности будет иметь вид:

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla \vartheta) - c \cdot \rho \cdot (\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vartheta. \quad (4)$$

Следовательно, движение аналогично стоку тепла, пропорционального скорости движения.

Уравнение (4) должно быть дополнено начальными и граничными условиями.

В качестве первого примера рассмотрим нагрев стального диска диаметром 40 мм за счет сил трения между диском и прямоугольной накладкой. Сила трения 10 кН. Диск вращается со скоростью 10 м/с. В этом случае выделяемую мощность можно представить как поверхностный источник тепла (Вт/м^2) в области накладки. Остальная поверхность диска охлаждается за счет конвективного теплообмена, плоскость $z = 0$ – плоскость симметрии. В этом случае:

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vartheta = v_x \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y}. \quad (5)$$

Причем, составляющие скорости определяются по формулам:

$$v_x = -v \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2)^{0.5}}; \quad v_y = v \cdot \frac{x}{(x^2 + y^2)^{0.5}}. \quad (6)$$

Результат расчета через время 40 мс показан на рис. 1.

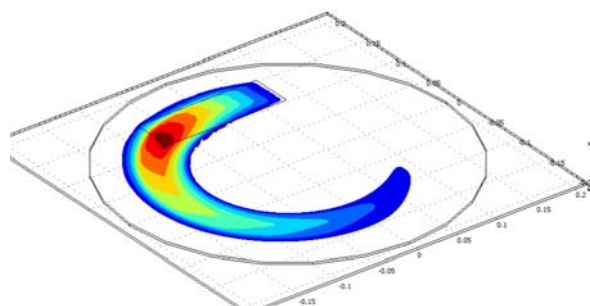


Рис. 1. Распределение температуры по поверхности диска через 40 мс после начала процесса

Максимальное значение температуры равно 413°C и находится на краю прямоугольной области. Расчетное время может быть изменено, результат расчета температуры через 150 мс, показан на рис. 2.

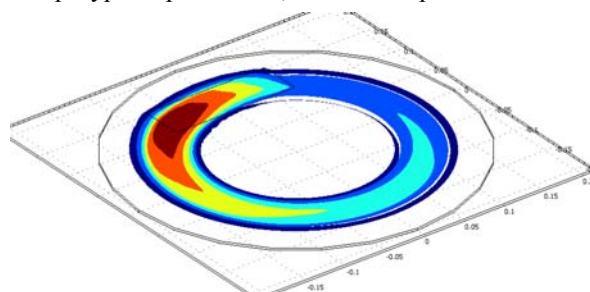


Рис. 2. Распределение температуры в диске через 150 мс после начала процесса

Максимальное значение температуры в этом случае равно 425°C .

Далее, была решена задача по воздействию на поверхность медного диска движущегося источника тепла большой мощности (аналог – лазерная обработка материала, воздействие дуги на контактную поверхность). Сама постановка задачи не отличается от рассмотренной выше, однако, необходим учет скрытой теплоты фазовых переходов. Такой учет проводился увеличением значения теплоемкости в областях температур, близких к температуре фазовых переходов.

На рис. 3 показан результат теплового воздействия движущегося источника тепла на поверхность достаточно толстой медной пластины при скорости движения равной 0,25 м/с.

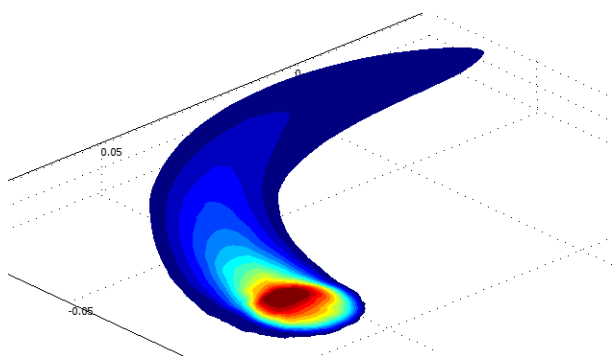


Рис. 3. Картина теплового поля воздействия на пластину мощного кругового источника тепла

Максимальное значение температуры равно 4400°C, так что скрытая теплота фазовых переходов должна быть учтена.

На рис. 4 показан объем проплавленной области.

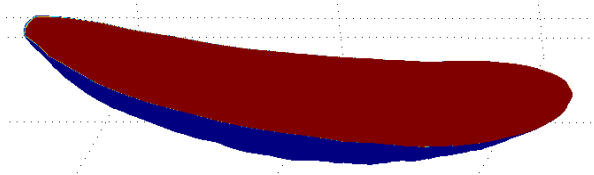


Рис. 4. Размер расплавленной области

Необходимо отметить, при неподвижном источнике тепла соответствующая область имеет много больший объем.

В том случае, когда нагрев движущегося тела происходит за счет внутренних объемных источников тепла, уравнение теплопроводности должно быть дополнено:

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla \vartheta) - c \cdot \rho \cdot (\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vartheta + q, \quad (7)$$

где q – мощность внутренних источников тепла.

В качестве примера была решена задача индукционного нагрева движущегося металлического стержня кольцевым индуктором.

Можно предположить, что постоянная времени тепловых процессов много больше электромагнитной, а тепловой процесс – квазистатический. В этом случае расчетная система уравнений при игнорировании токов смещения (как правило, токи смещения в проводнике на несколько порядков меньше токов проводимости $\omega \cdot \sigma \gg \omega^2 \cdot \epsilon$):

$$j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot \vec{A} + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \cdot \nabla \times \vec{A} \right) - \sigma \cdot \vec{v} \cdot \nabla \times \vec{A} = \vec{\delta}; \quad (8)$$

$$0 = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla \vartheta) - c \cdot \rho \cdot (\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vartheta + q,$$

где ω – круговая частота; σ – проводимость; \vec{A} – векторный магнитный потенциал; μ – абсолютная магнитная проницаемость; v – скорость движения среды; $\vec{\delta}$ – плотность тока сторонних источников.

Расчетная схема показана на рис. 5.

Уравнения (8) должны быть дополнены граничными условиями: нулевое значение магнитного потенциала на внешней границе либо имитация бесконечной границы; граничное условие третьего рода на поверхности нагреваемого тела.

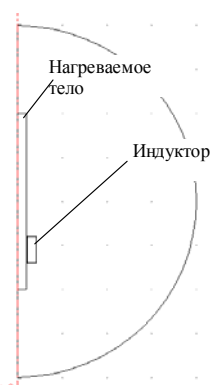


Рис. 5. Расчетная схема

Для определения значения внутреннего источника тепла (омических потерь) с учетом значений скорости движения необходимо воспользоваться соотношением:

$$q = 0.5 \cdot \text{Re}(\delta_\phi \cdot (\text{conj}(E_\phi) + \text{conj}(v_z \cdot B_r))), \quad (9)$$

где conj – обозначает сопряженный комплекс, Re – действительная часть выражения.

В качестве исходных данных принимались значения: плотность тока индуктора – 5 А/мм²; частота – 50 кГц; материал нагреваемой заготовки – немагнитная сталь; коэффициент теплоотдачи с поверхности – 5 Вт/м²/°C; скорость движения нагреваемого тела – (1-2) м/с.

На рис. 6 показаны результаты расчета температуры на поверхности заготовки в зависимости от скорости движения.

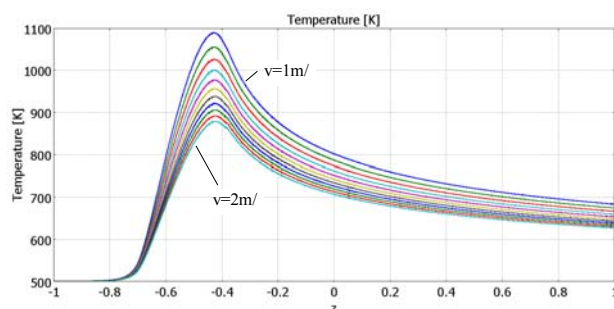


Рис. 6. Распределение температуры по поверхности нагреваемого тела в функции скорости при частоте 50 кГц и плотности тока в индукторе 5 А/мм²

Полученная мультифизическая модель даёт возможность детального анализа происходящих физических процессов.

Так на рис. 7 показано распределение температур при частоте равной 25 кГц, а на рис. 8 показано влияние плотности тока в индукторе на температуру нагрева поверхности.

Причем, как показывают расчеты, коэффициент теплоотдачи с поверхности мало влияет на максимальное значение температуры, так как процессы переноса тепла определяются, в основном, теплопроводностью нагреваемого материала (сталь).

Наибольшее значение на максимальную температуру поверхности оказывает значение проводимости нагреваемого материала. На рис. 9 показано распределение температур для материала, проводимость которого в 4 раза больше, чем у ранее рассмотренного

материала. Естественно, что данные приведены для сравнения, так как расчетная температура нагрева значительно превышает температуру плавления материала.

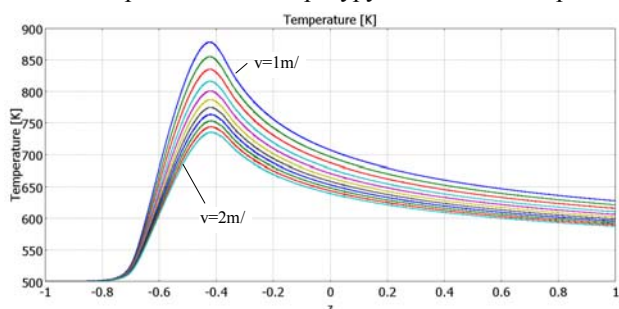


Рис. 7. Распределение температуры по поверхности нагреваемого тела в функции скорости при частоте 25 кГц и плотности тока в индукторе 5 А/мм²

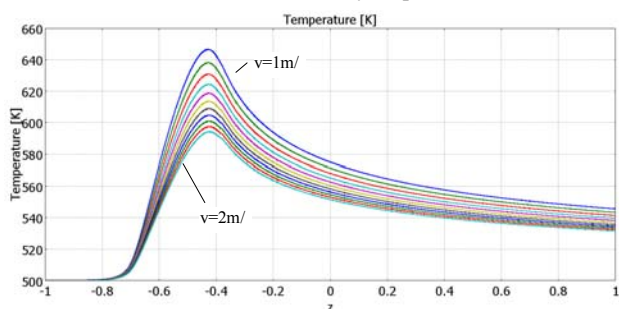


Рис. 8. Распределение температуры по поверхности нагреваемого тела в функции скорости при частоте 50 кГц и плотности тока 2,5 А/мм²

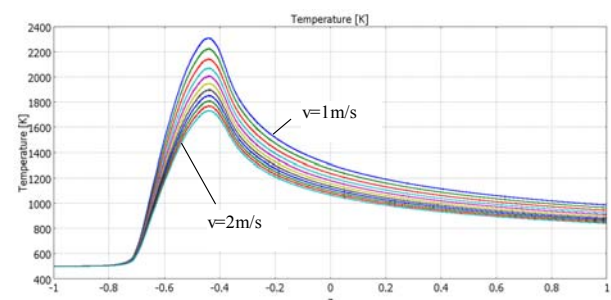


Рис. 9. Распределение температуры по поверхности нагреваемого тела в функции скорости при частоте 50 кГц и плотности тока в индукторе 5 А/мм² в случае большей проводимости нагреваемого объекта

За счет явно выраженного поверхностного эффекта, нагреву подвергается слой толщиной порядка 6 мм (рис. 10).

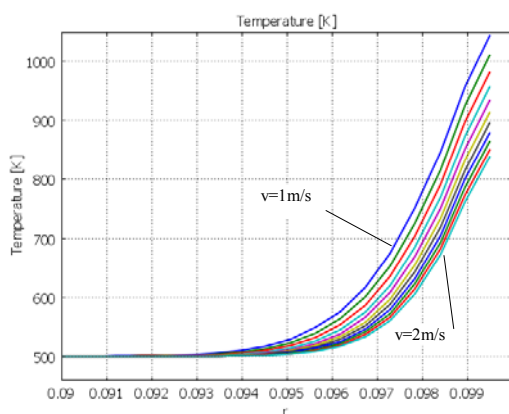


Рис. 10. Распределение температуры по радиусу нагреваемого объекта

На рис. 11 показана картина эквипотенциальных линий магнитного потенциала, из которой виден явно выраженный электромагнитный поверхностный эффект.

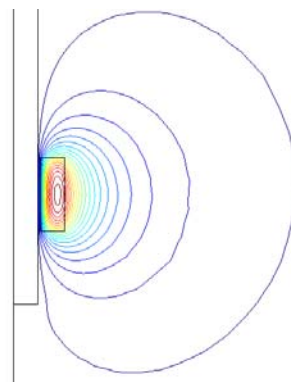


Рис. 11. Распределение магнитного потенциала

Причем, для неферромагнитного нагреваемого материала максимальное значение магнитной индукции на его поверхности достаточно велико – 0,52 Тл.

Полученные математические модели могут быть достаточно легко адаптированы к другой геометрии, начальным и граничным условиям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Френкель Я.И. Курс теоретической механики. – Ленинград: Типография "Красный печатник", 1939. – 386 с.

REFERENCES: 1. Frenkel Ya.I. *Kurs teoreticheskoy mehaniki*. Lenin-grad: Krasniy pehatnik Publ., 1939. 386 p.

Поступила (received) 19.11.2013

Байда Евгений Иванович, к.т.н., доц.,
Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт",
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21,
тел/phone +38 057 7076976, e-mail: baida_kpi@i.ua

E.I. Baida

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"
21, Frunze Str., Kharkiv, 61002, Ukraine

Transient heating of moving objects.

A mathematical model of transient and quasistatic heating of moving objects by various heat sources is considered. The mathematical formulation of the problem is described, examples of thermal calculation given.

Key words – quasistatic heating, moving objects, induction heating.